DECIBEL

Si definise BEL la seguente grandezza: $L = \log\left(\frac{X_1}{X_2}\right)$ [B]

Poiché il BEL è troppo piccolo si usa più comunemente il deciBEL espresso come:

$10\log\left(\frac{X_1}{X_2}\right)$ [dB]

In questa maniera il guadagno/attenuazione di potenza e di tensione si possono scrivere come:

$$G_P = 10\log\frac{P_U}{P_I} \text{ [dB}_\text{m}\text{]} \qquad G_V = 20\log\frac{\left|\overline{V}_U\right|}{\left|\overline{V}_I\right|} \text{ [dB}_\text{V}\text{]}$$

$$A_P = 10\log\frac{P_I}{P_U} \text{ [dB}_\text{m}\text{]} \qquad A_V = 20\log\frac{\left|\overline{V}_I\right|}{\left|\overline{V}_U\right|} \text{ [dB}_\text{V}\text{]}$$

Poiché: $P_U = \frac{\left|\overline{V}_U\right|^2}{\left|\overline{Z}_U\right|}$ e $P_I = \frac{\left|\overline{V}_I\right|^2}{\left|\overline{Z}_I\right|}$,

ne consegue, per le proprietà dei logaritmi:

$$10\log\frac{P_U}{P_I} = 10\log\frac{\dfrac{\left|\overline{V}_U\right|^2}{\left|\overline{Z}_U\right|}}{\dfrac{\left|\overline{V}_I\right|^2}{\left|\overline{Z}_I\right|}} = 10\log\left[\left|\frac{\overline{V}_U}{\overline{V}_I}\right|^2 \cdot \frac{\left|\overline{Z}_I\right|}{\left|\overline{Z}_U\right|}\right] = 10\log\left|\frac{\overline{V}_U}{\overline{V}_I}\right|^2 + 10\log\frac{\left|\overline{Z}_I\right|}{\left|\overline{Z}_U\right|} = 20\log\left|\frac{\overline{V}_U}{\overline{V}_I}\right| + 10\log\frac{\left|\overline{Z}_I\right|}{\left|\overline{Z}_U\right|}$$

Se $\left|\overline{Z}_U\right| = \left|\overline{Z}_I\right|$, possiamo scrivere: $10\log\frac{P_U}{P_I} = 20\log\left|\frac{\overline{V}_U}{\overline{V}_I}\right|$ [dB]

In questo caso [dB_m] = [dB_V] = [dB].

Riassumendo:

Per le potenze	**Per le tensioni**
$G_P = 10\log\frac{P_U}{P_I}$ [dB]	$G_V = 20\log\frac{\left|\overline{V}_U\right|}{\left|\overline{V}_I\right|}$ [dB]

NEPER

$$G_P = \frac{1}{2}\ln\frac{P_U}{P_I}\ [N_m] \qquad G_V = \ln\frac{|\overline{V}_U|}{|\overline{V}_I|}\ [N_V]$$

$$A_P = \frac{1}{2}\log\frac{P_I}{P_U}\ [N_m] \qquad A_V = \ln\frac{|\overline{V}_I|}{|\overline{V}_U|}\ [N_V]$$

Anche in questo caso, se: $|\overline{Z}_U| = |\overline{Z}_I|$, possiamo scrivere: $[N_m]$ = $[N_V]$ = [N].

Riassumendo:

Per le potenze	Per le tensioni
$G_P = \frac{1}{2}\ln\frac{P_U}{P_I}$ [N]	$G_V = \ln\frac{\lvert\overline{V}_U\rvert}{\lvert\overline{V}_I\rvert}$ [N]

Ora, considerando i risultati estratti dalla seguente tabella:

log 10 = 1	ln 10 = 2,3
log 100 = 2	ln 100 = 4,6
log 1000 = 3	ln 100 = 6,9

si può esprimere la seguente relazione: $\boxed{\ln a = 2{,}3\log a}$.

Dal confronto tra: $\ln\frac{|\overline{V}_U|}{|\overline{V}_I|}$ [N] e $20\log\frac{|\overline{V}_U|}{|\overline{V}_I|}$ [dB]

possiamo scrivere: $\ln\frac{|\overline{V}_U|}{|\overline{V}_I|} = 2{,}3\cdot 8{,}69\cdot\log\frac{|\overline{V}_U|}{|\overline{V}_I|}$ ed estrarre le seguenti uguaglianze:

1 N = 8,69 dB	1 db = 1/8,69 = 0,115 N

A questo punto, ricordando che: $L_{dB} = 10\log\left(\frac{X_1}{X_2}\right)$, la sua funzione inversa vale:

$$\frac{X_1}{X_2} = 10^{\frac{L_{dB}}{10}}$$

Possiamo quindi scrivere le relazioni ce permettono di esprimere i guadagni/attenuazioni in scala lineare:

Per i **deciBEL**	
$G_P = \frac{P_U}{P_I} = 10^{\frac{dB}{10}}$	$G_V = \frac{\lvert\overline{V}_U\rvert}{\lvert\overline{V}_I\rvert} = 10^{\frac{dB}{20}}$
$A_P = \frac{P_I}{P_U} = 10^{\frac{dB}{10}}$	$A_V = \frac{\lvert\overline{V}_I\rvert}{\lvert\overline{V}_U\rvert} = 10^{\frac{dB}{20}}$

Per i **Neper**	
$G_P = \frac{P_U}{P_I} = e^{2N}$	$G_V = \frac{\lvert \overline{V}_U \rvert}{\lvert \overline{V}_I \rvert} = e^{N}$
$A_P = \frac{P_I}{P_U} = e^{2N}$	$A_V = \frac{\lvert \overline{V}_I \rvert}{\lvert \overline{V}_U \rvert} = e^{N}$